Plan Pedagógico
Período 16 al 27 de marzo 2020

Objetivo: Reforzar el trabajo académico en el hogar de los y las estudiantes en las diferentes asignaturas en el periodo de suspensión por plan Coronavirus COVID-19.

Asignatura	**Matemática**
Nivel	**Segundo medio**

Nombre de la Unidad: Aplicación de potencias y raíces
Contenidos:
- Raíces - Propiedades - Descomposición - Racionalización
Links de páginas web de apoyo y refuezo (Visuales y Audiovisuales)
PROPIEDADES RAICES: https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/5/raices-propiedades **VIDEO PROPIEDADES RAICES** https://www.youtube.com/watch?v=qjPLcUJa85A **VIDEO DESCOMPOSICIÓN DE RAICES** https://www.youtube.com/watch?v=oWoSDBgQd-M **RACIONALIZACIÓN** https://www.profesorenlinea.cl/matematica/Raiz_Racionalizar.html **VIDEO RACIONALIZACIÓN 1** https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7Ibs **VIDEO RACIONALIZACIÓN 2** https://www.youtube.com/watch?v=6ACzZyn99v8

Contenidos Explicativos

¿A qué llamamos raíz de un número?

Una raíz corresponde a un número que, al multiplicarse por sí mismo la cantidad de veces que indique el índice, se obtiene la cantidad subradical.

Las raíces se calculan bajo el siguiente operador

$$\sqrt[n]{m} = b$$

Que posee los siguientes componentes:

n: índice radical, o índice de la raíz, que indica las veces que ha sido multiplicado cierto número.

m: subradical o radicando, indica el producto de aquella multiplicación de cierto número.

b: es la raíz (raíz aritmética) o el numero buscado, que ha sido multiplicado “n veces por sí mismo”

Ejemplos:

$$\sqrt{16} = \pm 4$$

El índice es 2, que no se escribe por conveniencia y se lee raíz cuadrada de 16(radicando), la pregunta fue ¿Qué numero multiplicado por si mismo da como resultado 16?. Resp: 4 y -4

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

El índice es 3, y se lee raíz cúbica de 8(radicando), la pregunta fue ¿Qué numero multiplicado tres veces por si mismo da como resultado 8?. Resp: 2

Propiedades

Propiedad 1: Raíz de radicando cero $\sqrt[n]{0} = 0$

Ejemplos	$\sqrt[5]{0} = 0$	$\sqrt[9]{0} = 0$

Propiedad 2: Raíz de la unidad $\sqrt[n]{1} = 1$

Ejemplos	$\sqrt[3]{1} = 1$	$\sqrt[6]{1} = 1$

Propiedad 3: Producto de raíces de igual índice $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

Ejemplos	$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2 \cdot 5}$	$\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6 \cdot 2}$

Propiedad 4: División de raíces de igual índice $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Ejemplos	$\frac{\sqrt[5]{7}}{\sqrt[5]{13}} = \sqrt[5]{\frac{7}{13}}$	$\frac{\sqrt[8]{5}}{\sqrt[8]{2}} = \sqrt[8]{\frac{5}{2}}$

Propiedad 5: Raíz de una Raíz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

Ejemplos	$\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3\cdot4]{5}$	$\sqrt[10]{\sqrt[4]{27}} = \sqrt[10\cdot4]{27}$

Propiedad 6: Raíces de la forma $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$

Ejemplos	$2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7}$	$5\sqrt[7]{2} = \sqrt[7]{5^7 \cdot 2}$

DESCOMPOSICIÓN DE RAICES

Descomponer una raíz consiste en escribir una raíz equivalente a la original en factores de los cuales se pueda extraer una raíz entera.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{4 \cdot 3}\\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}\\ &= 2 \cdot \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{54} &= \sqrt[3]{27 \cdot 2}\\ &= \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2}\\ &= 3\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$

RACIONALIZACIÓN

A veces es necesario alterar la forma de una expresión con raíces para obtener una expresión más simple. Esto se logra con el concepto de racionalización de fracciones con raíces de distintos índice. Racionalizar una fracción consiste en encontrar una expresión equivalente que no tenga raíces en el denominador.

Para esto, se debe multiplicar tanto el numerador como el denominador de la fracción por una expresión que permita eliminar la raíz en el denominador

Se pueden racionalizar raíces que contengan:

A) **Raíces cuadradas**
B) **Raíces enésimas**
C) **Fracciones que contengan la suma o resta de dos o más raíces cuadradas o bien la suma o resta de una numero natural con una raíz.**

A) Racionalizar fracciones que contienen una raíz cuadrada en el denominador

Para racionalizar expresiones del tipo

$$\frac{a}{\sqrt{b}}$$

Se debe amplificar la fracción por $\sqrt{b}$, o sea

$$\frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

Luego en el denominador al multiplicar ambas raíces se obtiene $\sqrt{b^2}$, es decir “b”, quedando la expresión:

$$\frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Ejemplo numérico

Racionalizar: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Para racionalizar seguimos los siguientes pasos:

Paso 1: Amplificar la fracción tanto en numerador como en denominador por el mismo valor que tiene el denominador original (en el ejemplo $\sqrt{2}$).	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
Paso 2: Expresar la fracción con término multiplicándose en numerador y denominador.	$\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$
Paso 3: Multiplicar, *“observe que en el denominador los índices de las raíces son los mismos por lo que es posible multiplicar los radicandos”* (la raíz cuadrada de cuatro es posible extraerla).	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}$
Paso 4: Extraer raíz en el denominador para obtener un número entero.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

B) Racionalizar fracciones que contengan raíz enésima

Para racionalizar expresiones del tipo

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$$

Se deben realizar los siguientes procedimientos
Se tienen que amplificar tanto numerador como denominador por una raíz con el mismo índice que la del denominador (n) pero con un radicando con exponente equivalente a la resta del índice con el exponente del radicando (n - m)

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} \cdot \frac{\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{n-m}}}$$

Al realizar la amplificación el denominador de la fracción queda con un denominador sin raíces

$$\frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$$

Ejemplo numérico
Racionalizar $\frac{3}{\sqrt[5]{2^3}}$
Para realizar este tipo de racionalización seguimos los siguientes pasos:

Paso 1: Amplificamos tanto numerador como denominador por una raíz con el mismo índice que la raíz del denominador original, pero con un exponente en el radicando equivalente a la resta del índice con el exponente original del radicando.	$\frac{3}{\sqrt[5]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^{5-3}}}{\sqrt[5]{2^{5-3}}}$
Paso 2: Restamos los exponentes en el radicando de la raíz	$\frac{3}{\sqrt[5]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^2}}$
Paso 3: Multiplicamos numerador con numerador y denominador con denominador	$\frac{3 \cdot \sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[5]{2^2}}$
Paso 4: Expresamos el denominador de la fracción con una multiplicación de raíces con mismo índice	$\frac{3\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3 \cdot 2^2}}$
Paso 5: Sumamos los exponentes en el radicando del denominador	$\frac{3\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^5}}$
Paso 6: Calculamos $\sqrt[5]{2^5}$ que es equivalente a 2	$\frac{3\sqrt[5]{2^2}}{2}$

C) Racionalizar fracciones que contengan la suma o resta de dos o más raíces cuadradas o bien la suma o resta de un número natural con una raíz

$$\frac{a}{\sqrt{b}\pm\sqrt{c}} \quad \text{o} \quad \frac{a}{b\pm\sqrt{c}}$$

Cuando el denominador sea un binomio con una raíz, se debe multiplicar tanto el numerador como el denominador por el “conjugado” del binomio del denominador. El conjugado del binomio es el binomio con el signo central contrario. Ejemplos:

Binomio del denominador	**Conjugado**
A + B	**A – B**
A - B	**A + B**

Ejemplo numérico

Racionalizar el denominado de la siguiente fracción

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Paso 1: Se amplifica la fracción multiplicando numerador y denominador por el conjugado del denominador	$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
Paso 2: El denominador de la fracción se expresa como el resultado del producto notable “suma por diferencia”	$\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(2)^2}$
Paso 3: Se extraen las raíces correspondientes en el denominador	$\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}$
Paso 4: Se restan los números del denominador	$\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1}$
Paso 5: Se distribuye el termino fuera del paréntesis multiplicándolo por cada termino dentro del paréntesis.	$2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ $2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

CUESTIONARIO DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIANTE			
Nombre y Apellido			
Curso		**Fecha**	

El siguiente cuestionario de preguntas debe ser desarrollado en base a los contenidos trabajados en la guía y ser entregado a cada profesor durante la primera clase de cada asignatura.

1. **¿Cuántos resultados se obtienen al extraer una raíz cuadrada? (1punto)**

2. **Explique los distintos métodos para racionalizar fracciones (1 punto)**

3. **¿Qué es el conjugado de un binomio?, ¿cuál es el conjugado de $1-\sqrt{6}$? (1 punto)**

4. **¿Qué ocurre con una raíz cuyo radicando es menor que cero y el índice es un número par? (1 punto)**

5. **Calcular el valor numérico de las siguientes raíces (6 puntos)**

a) $\sqrt{49}$	b) $\sqrt{100}$	c) $\sqrt{36}$
d) $\sqrt[3]{-8}$	e) $\sqrt{\frac{1}{4}}$	f) $\sqrt[3]{125}$

6. **Descomponga las siguientes raíces a su manera más simplificada (9 puntos)**

a) $\sqrt{150}$	b) $\sqrt{45}$	c) $\sqrt{0,27}$
d) $\sqrt[3]{24}$	e) $\sqrt[4]{32}$	f) $\sqrt{16xy^2}$
g) $\sqrt{\frac{48}{50}}$	h) $\sqrt{0,00000064}$	l) $\sqrt{\frac{162}{45}}$

7. **Aplique propiedades de raíces en los siguientes ejercicios de multiplicación y división de raíces (6 puntos)**

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}$	b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}$	c) $\sqrt{3x}\cdot\sqrt{3x}$
d) $2\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{6}$	e) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$	f) $20\sqrt{8}: 10\sqrt{2}$

8. **Escribe en una sola raíz las siguientes expresiones (6 puntos)**

a) $\sqrt[3]{\sqrt{12}}$	b) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{13}}}$	c) $\sqrt{2\sqrt{2}}$
d) $\sqrt[3]{3\sqrt{5}}$	e) $5\sqrt{3\sqrt{2}}$	f) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}}$

9. **Racionaliza las siguientes fracciones (6 puntos)**

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$	b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	c) $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

	d) $\frac{4}{\sqrt[5]{8}}$	**e)** $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$	**f)** $\frac{16}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$	

10. Observe la siguiente racionalización, detecte el error y corríjalo (3 puntos)

$$\frac{5}{4-\sqrt{3}}$$

$$\frac{5}{4-\sqrt{3}} \cdot \frac{4+\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$$

$$\frac{5(4+\sqrt{3})}{(4-\sqrt{3})^2}$$

$$\frac{5(4+\sqrt{3})}{16-3}$$

$$\frac{20+5\sqrt{3})}{13}$$